Programme de $6^{ème}$ en mathématiques

Chapitre 1

Les nombres décimaux

I. Rappels sur les entiers naturels

Activités 1 ; 2 ; 3

- Synthèse :

a) Notre système de numération est composé de seulement 10 signes :
Ce sont les CHIFFRES : 0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; 8 ; 9 .
On parle de numération DECIMALE.
A partir de ces dix chiffres, on peut écrire tous les nombres entiers naturels.
Ex : 15 ; 235 ; 325 ; 12587

b) 0 est le plus petit entier naturel
1 est le suivant de 0
2 est le suivant de 1
Tous les entiers naturels ont un suivant.

Si n désigne n'importe quel entier naturel, son suivant sera n +1.

c) La position des chiffres est importante. Voici le tableau :

Classe des milliards			Classe des millions			Classe des milliers			Classe des unités		
C	D	U	C	D	U	C	D	U	C	D	U
				8	0	0	3	7	1	0	9

Chiffre des dizaines de millions

Chiffre des unités de mille

Ch des dizaines

Ch des unités

Pour faciliter la lecture des nombres, on sépare les classes par des espaces :
80 037 109

Exemples avec « chiffre des … » et « nombre de … ».

Ecriture en lettres ; règles d'orthographe

Faire copier depuis livre

a) 80 037 109 se lit quatre-vingt**s** millions, trente sept mille cent neuf

b) MILLE est invariable (pas de s)

c) MILLION et MILLIARD s'accordent

Exemple : trois milliards ; sept millions ; un million

d) ☠ VINGT et CENT s'accordent SAUF si ils sont suivis d'un autre nombre.

Exemple : deux cents ; deux cent sept ; quatre vingts ; quatre vingt trois

Remarque : vingt et cent ne s'accordent pas si ils sont employés pour indiquer un rang

Exemple :page deux cent ; numéro quatre vingt

Exemples de décompositions de nombres entiers :

- 675 = 600 + 70 + 5
- 675 = (6×100) + (7×10) + (5×1)

Exercice : Les gâteaux « Miam » sont vendus par paquets de 10.
Combien faut-il de paquets pour que chacun des 675 élèves du collèges ait un gâteau ?

Réponse : 675 = (67×10)+5 (67 dizaines plus 5 unités)
Il faut commander 68 paquets (67+1).

Le nombre de dizaines est donc 67 alors que le chiffre des dizaines est 7 !!

Donner des exemples avec « chiffre des » et « nombre de »

II. Les nombres décimaux

1) Fractions décimales

Activités 4 ; 5

- Synthèse :

Une **fraction décimale** est une fraction ayant un nombre entier au numérateur et dont le dénominateur est 10, 100, 1000 etc …

$\frac{\dots}{\dots}$ → Nombre entier (numérateur) ; → 10 ou 100 ou 1000 ou ….

ex : $\frac{2}{1000}$; $\frac{17}{100}$; $\frac{298}{10}$

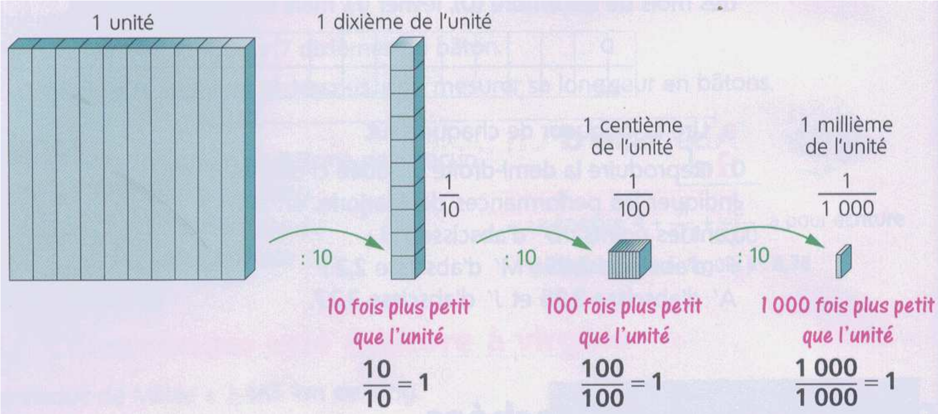
Un **nombre décimal** est un nombre qui peut s'écrire sous forme d'une fraction décimale

Ex : 12,78 est un nombre décimal car 12,78 = $\frac{1278}{100}$

De même 398,7 en est un car 398,7 = …….

Une unité = 10 dixièmes = 100 centièmes = 1000 millièmes

Donc $1 = \frac{10}{10} = \frac{100}{100} = \frac{1000}{1000} = \dots$



Le tableau vu pour les nombres entiers se complète avec la partie décimale :

Partie entière						Partie décimale					
Centaine de mille	Dizaine de mille	Unité de mille	Centaine	Dizaine	Unité	Dixième	Centième	Millième	Dix millième	Cent millième	millionième
	4	9	7	8	0 ,	7	0	5			

Exemple : pour le nombre 49780,706,

6 est le chiffre des millièmes

9 est le chiffre des unités de mille

Attention à ne pas confondre DIZAINE avec DIXIEME, CENTAINE avec CENTIEME …

2) Différentes écritures d'un nombre décimal

Activité 6

Synthèse :

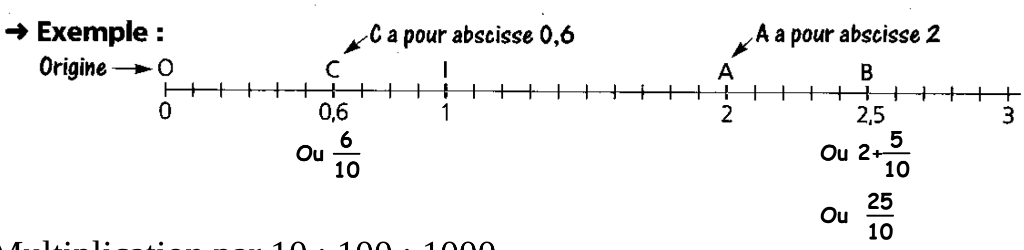
Un nombre décimal peut s'écrire :

- En **écriture décimale** : ex : 12,583
- Sous forme **d'une seule fraction décimale** : ex : $\frac{12583}{1000}$
- Comme **somme d'un nombre entier et de fractions décimales**.

  ex : $12+\frac{5}{10}+\frac{8}{100}+\frac{3}{1000}$

Définition :

Sur une demi-droite graduée, un point est repéré par un nombre appelé son **abscisse**.



3) <u>Multiplication par 10 ; 100 ; 1000 …</u>
Activité 7

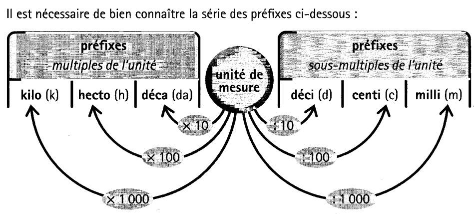
- <u>Synthèse</u> :

 Multiplier un nombre par 10, 100, 1000 … revient à déplacer la virgule de un, deux, trois … rangs vers la droite. On complète par des zéros si nécessaire.

 Exemples : calculer mentalement

$527\times10=$	$52{,}7\times10=$	$5{,}27\times10=$	$0{,}527\times10=$
$11{,}24\times10=$	$11{,}24\times100=$	$11{,}24\times1000=$	
$88{,}5\times100=$	$1289{,}2\times1000=$	$7{,}9\times10\,000=$	

- Application : convertir une mesure.



III. Comparaison des nombres décimaux

Dans ce qui suit, a et b désignent deux nombres :
a=b signifie que le nombre a est **égal** au nombre b
a<b signifie que le nombre a est **strictement inférieur** au nombre b
a>b signifie que le nombre a est **strictement supérieur** au nombre b
a≤b signifie que le nombre a est **inférieur ou égal** au nombre b
a≥b signifie que le nombre a est **supérieur ou égal** au nombre b

Utiliser SMAO 6eme en cours (activité jeu à faire à l'oral en classe entière)

<u>Synthèse :</u>
Comparer deux nombres décimaux, c'est dire s'ils sont égaux, ou si l'un est plus grand ou plus petit que l'autre.
Pour cela :

- On compare d'abord les parties entières
- Si elles sont égales, on compare les chiffres des dixièmes ,
- Si ils sont égaux, on compare les chiffres des centièmes,
- etc

Chapitre 2

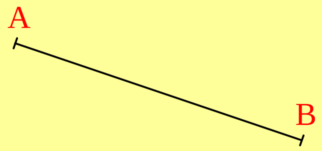
A la règle et au compas

I. Segments, longueurs et milieux

Activités 1 et 2

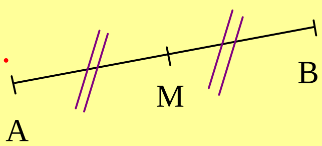
Synthèse :

- **Définition** :Un segment est une ligne droite délimitée par deux points.
- Un segment est constitué d'une **infinité de points**.
- Le segments d'**extrémités** A et B se note [AB] (crochets obligatoires !)



La longueur du segment [AB] se note AB (sans crochets !!)

- **Définition** :Le **milieu   M du segment [AB]** est le point :
  - qui appartient au segment
  - qui est à égale distance des 2 extrémités.



En langage mathématique, cela s'écrit :
- M ∈ [AB]
- AM = MB]

On utilise des CODAGES pour indiquer les longueurs égales sur une figure

Le symbole ∈ se lit « appartient à »

II. Le cercle

Activité 3

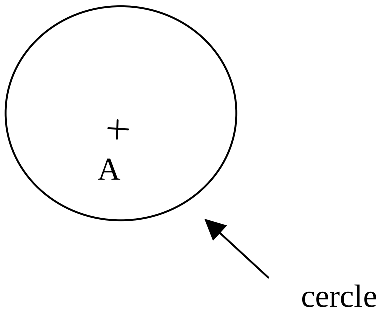
Synthèse :

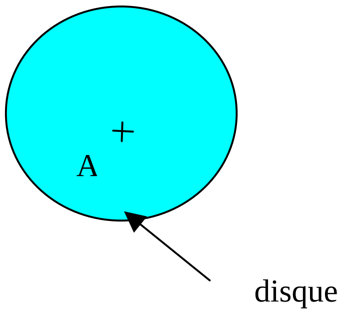
- **Définition** : Soit A un point et R un nombre positif.

Le cercle de centre A et de rayon R est l'ensemble des points situés à la distance R du point A.

Tous les points du cercle sont donc situés à la même distance du centre.

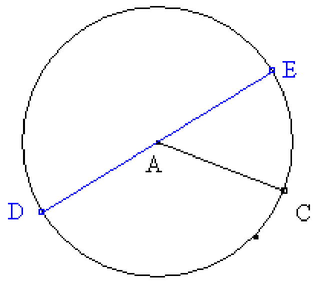
- Un cercle est constitué d'une **infinité** de points.
- **Le disque de centre A et de rayon R** est l'ensemble des points dont la distance au point A est inférieure ou égale à R





Vocabulaire à connaître :

- **RAYON /DIAMETRE**

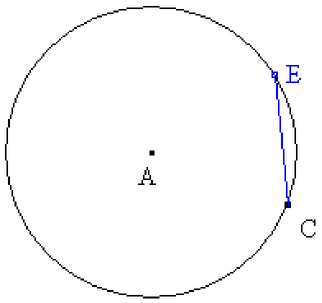


Le segment [AC] est un **rayon** du cercle.
Le rayon désigne aussi la longueur AC

Le segment [DE] est un **diamètre** du cercle.
Le diamètre désigne aussi la longueur DE

Diamètre = rayon $\times$ 2

- **CORDE**

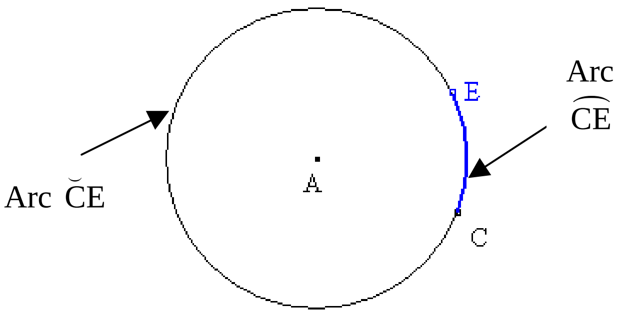


Le segment [CE] est une **corde** du cercle.

Une corde est un segment reliant deux points quelconques du cercle.

Remarque : un diamètre est donc une corde particulière…

- **ARC DE CERCLE**



Un **arc de cercle** est une portion de cercle.

L'arc de cercle d'extrémités C et E se note $\overset{\frown}{CE}$ ou $\breve{CE}$.

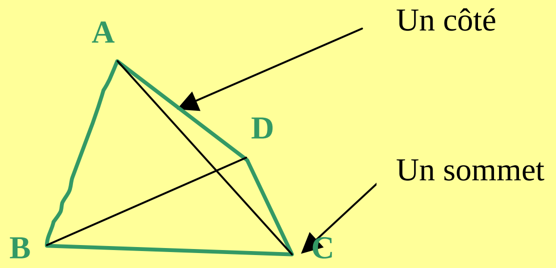
III. Report de longueurs et périmètres

Activités 4, 5

Synthèse :

- Le compas peut aussi servir à **reporter des longueurs.**

- **Définition** : un **polygone** est une ligne brisée fermée.
  Un polygone a donc plusieurs côtés.



Ce quadrilatère se nomme ABCD (ou BCDA ou…..)
Règle : on donne les noms des sommets en tournant (dans le sens que l'on veut).

Un polygone qui a 3 côtés s'appelle un **TRIANGLE**
Un polygone qui a 4 côtés s'appelle un **QUADRILATERE**
Un polygone qui a 5 côtés s'appelle un **PENTAGONE**
Un polygone qui a 6 côtés s'appelle un **HEXAGONE**

*(info prof : Un polygone qui a 11 côtés s'appelle un **HENDECAGONE***
*Un polygone qui a 12 côtés s'appelle un **DODECAGONE***
*Un polygone qui a 13 côtés s'appelle un **TRISKAIDECAGONE)***

VOCABULAIRE A CONNAITRE :

- **OPPOSES**.
  Exemples : A et C sont deux sommets opposés. [AB] et [CD] sont deux côtés opposés.

- **CONSECUTIFS** (veut dire « qui se suivent ».
  Exemples : A et B sont deux sommets consécutifs. [AB] et [BC] sont deux côtés consécutifs.

- **DIAGONALE.** Une diagonale est un segment joignant 2 sommets non consécutifs. Exemple : [AC] et [BD] sont des diagonales

Définition :

Le **périmètre** d'une figure est la **longueur de son contour**.

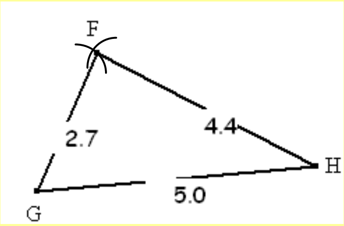
IV. Constructions

Activités 6, 7 et 8

attention :
laisse toujours apparents les traits de construction

Synthèse :

- Un triangle quelconque



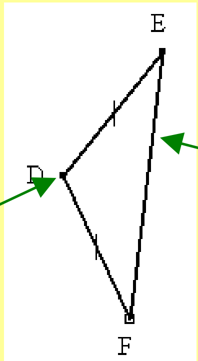
Programme de construction :

Trace un segment [GH] de longueur 5 cm. Trace un arc de cercle de centre G, de rayon 2,7 cm puis un arc de cercle de centre H, de rayon 4,4 cm. Appelle F l'un des 2 points d'intersection de ces arcs.

Trace les segments [FG] et [FH].

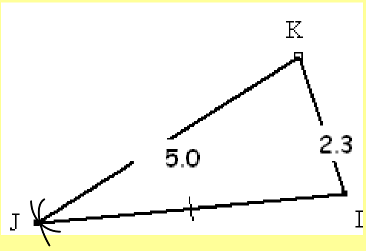
- **Définition** : un triangle **isocèle** est un triangle qui a **deux côtés de même longueur**

- On dit que le triangle DEF est **isocèle en F**



La base

Le sommet principal

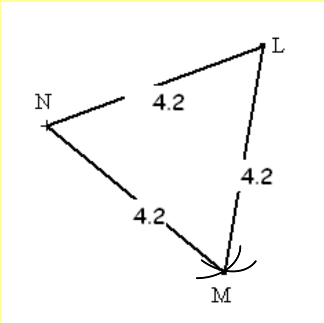


Programme de construction :

Trace un segment [IK] de longueur 2,3 cm. Trace un arc de cercle de centre K, de rayon 5 cm puis un arc de cercle de centre I, de rayon 5 cm. Appelle J l'un des 2 points d'intersection de ces arcs.

Trace les segments [JK] et [JI].

- **Définition** : un triangle **équilatéral** est un triangle qui a **ses trois côtés de même longueur**



Programme de construction :

Trace un segment [NL] de longueur 4,2 cm.

Trace un arc de cercle de centre N, de rayon 4,2 cm puis un arc de cercle de centre L, de rayon 4,25 cm. Appelle M l'un des 2 points d'intersection de ces arcs.

Trace les segments [MN] et [ML].

Remarques :

- Un triangle équilatéral est un triangle isocèle particulier
- Un triangle équilatéral es trois fois isocèle.

Activité 9

- **Définitions** :

un **losange** est un quadrilatère qui a **ses quatre côtés de même longueur.**

Un **cerf volant** est un quadrilatère qui a **2 côtés consécutifs de même longueur** et les **deux autres côtés de même longueur**.

Chapitre 3

Thème de convergence : lecture de graphiques

En relation avec l’Histoire Géo et la SVT

Cours non dévoilé ici…

Chapitre 4

Addition, soustraction et multiplication des décimaux

I. Addition et soustraction

1. Vocabulaire

Activité 1

Synthèse :

$$\underbrace{24 \quad + \quad 35}_{\text{termes}} = \underbrace{59}_{\text{somme}}$$

59 est la **somme** de 2 **termes** : 24 et 35

On dit qu'on a **ajouté (ou additionné)** 35 à 24.

$$\underbrace{37{,}2 \quad - \quad 7{,}2}_{\text{termes}} = \underbrace{30}_{\text{différence}}$$

30 est la **différence** de 2 **termes** : 37,2 et 7,2.

On dit qu'on a **soustrait, retranché** 7,2 à 37,2

2. Technique

Activité 2

Synthèse :

$$\begin{array}{r} 7{,}79 \\ +\ 35{,}028 \\ \hline 42{,}818 \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r} 132{,}28 \\ -\ 92{,}357 \\ \hline 39{,}923 \end{array}$$

Pour poser une addition ou une soustraction, on aligne les virgules.

Pour l'explication des retenues, voir l'activité 2.

3. Ordres de grandeur

Activités 3 et 4

Synthèse :

Un ordre de grandeur permet de contrôler le résultat d'un calcul (posé ou fait à la calculatrice)

4. *Propriétés*

Activité 5

Synthèse :

- Dans une **somme**, on peut **changer l'ordre** des termes :
  Ex : $3{,}5 + 4 + 6{,}5 = 3{,}5 + 6{,}5 + 4$

- Dans une **somme**, on peut **regrouper** des termes
  Ex :
  $A = 3{,}5 + 4 + 6{,}5$
  $A = 3{,}5 + 6{,}5 + 4$
  $A = (3{,}5 + 6{,}5) + 4$
  $A = 10 + 4$
  $A = 14$
- Ces propriétés sont utilisées pour calculer astucieusement (donc rapidement) une expression.

- Attention : ces règles ne sont **pas valables pour les soustractions**
  Ex = $7 - 3 = 4$ mais $3 - 7 =$??? on ne sait pas encore le calculer

Règles de calcul mental :

Pour ajouter 9 : on ajoute 10 et on retranche 1
Pour ajouter 19 : on ajoute 20 et on retranche 1
etc.…

Pour soustraire 9 : on soustrait 10 et on ajoute 1
Pour soustraire 19 : on soustrait 20 et on ajoute 1
etc.

5. *calculs sur les durées*

Activité 6

Synthèse :

- Pour les durées, on travail en système **sexagé**simal (60) :
  1 heure = 60 minutes
  1 minute = 60 secondes

- Pour **additionner des durées** : on additionne séparément les secondes, les minutes et les heures, puis si nécessaire on convertit.

Ex :

$$\begin{array}{r} 5\text{ h } 34\text{ min } 39\text{ s} \\ +\ 2\text{ h } 59\text{ min } 48\text{ s} \\ \hline 7\text{ h } 93\text{ min } 87\text{ s} \end{array}$$

87 s = 1 min 27 s
donc 7 h 93 min 87 s = 7h 94 min 27 s

94 min = 1 h 34 min
donc 7 h 93 min 87 s = 7h 94 min 27 s =
8h 34 min 27 s

- Pour soustraire des durées, il est plus simple de passer par un schéma linéaire.
  Ex : soustraire 5 h 30 min – 2h 50 min :

  2h 50 min — 3h — 5 h — 5h 30 min

  $\underbrace{\text{10 min}}$ + $\underbrace{\text{2h}}$ + $\underbrace{\text{1h 30 min}}$ = 3 h 40 min

II. Multiplication des décimaux

1. Vocabulaire ; ordres de grandeur

Activités 1, 2 et 3

Synthèse :

- **Vocabulaire**

  $2{,}9 \times 7 = 20{,}3$

  facteurs — produit

  20,3 est le **produit** de 2 **facteurs** : 2,9 et 7

  On dit qu'on a **multiplié 2,9 et 7**

- **Ordres de grandeur**
  Pour obtenir un ordre de grandeur d'un produit, on multiplie les ordres de grandeur de chacun des facteurs
  Un ordre de grandeur permet de contrôler le résultat d'un calcul.
  Ex : un ordre de grandeur de $2{,}9 \times 7$ est par exemple : $3 \times 7 = 21$.

Une multiplication n'agrandit pas toujours !!!
Ex : $125 \times 0{,}01 = 1{,}25$ (qui est inférieur à 125 !)

2. Technique

Activité 4

Synthèse :

Savoir poser une multiplication de 2 décimaux.

Il n'y a pas obligation d'aligner les virgules !

$$\begin{array}{rcccc} & 1 & 4, & 5 & 9 \\ \times & & & 4, & 5 \\ \hline & & 7 & 2 & 9 & 5 \\ & 5 & 8 & 3 & 6 & . \\ \hline & 6 & 5, & 6 & 5 & 5 \end{array}$$

$14,59$ ← 2 chiffres après la virgule

$4,5$ ← 1 chiffre après la virgule

$65,655$ ← 2+1=3 chiffres après la virgule

Remarque : Les ordres de grandeur permettent de vérifier la position de la virgule.

Ex : $14,59\times4,5\approx10\times5=50$

III. Propriétés de la multiplication

Dans un **produit**, on peut **changer l'ordre** des facteurs :

Ex : $2,5 \times 0,3 \times 4 = 4 \times 2,5 \times 0,3$

- Dans un **produit**, on peut **regrouper** des facteurs

  Ex : $A = 2,5 \times 0,3 \times 4$

  $A = 4 \times 2,5 \times 0,3$

  $A = (4 \times 2,5) \times 0,3$

  $A = 10 \times 0,3$

  $A = 3$

- Ces propriétés sont utilisées pour calculer astucieusement (donc rapidement) une expression.

Règles de calcul mental :

- **Il est impératif de bien connaître ses tables de multiplications**
- **Multiplication par 10, 100, 1000 … : déjà vu (ch I)**
- **Connaître la table de 25 : 0 ; 25 ; 50 ; 75 ; 100 ; 125 …. et savoir calculer astucieusement**

  Exemples : $4\times25 =$

  $4\times0,25 =$

  $4\times1,25 =$

Chapitre
5

Droites ; demi-droites, Position relative de 2 droites

I. Droites et demi-droites

1. Les droites

Activité 1

Synthèse :

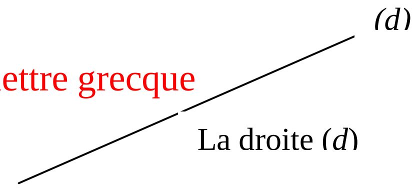
a) Une ligne droite se trace à la règle.

Une DROITE est un objet géométrique constitué d'une infinité de points : on la représente par une ligne droite, mais il faut se souvenir qu'une droite est illimitée.

Pour **nommer** une droite, on peut :

- Utiliser une lettre

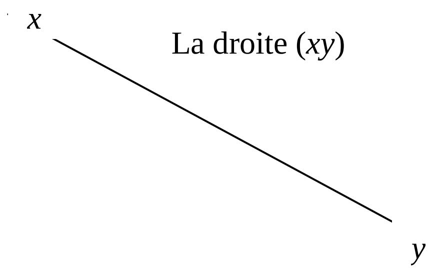
  On utilise souvent la lettre *d* ou *δ* (« *delta* ») : lettre grecque



Remarque : parfois, lorsqu'il y a plusieurs droites, on utilise des indices (exemple : d_1 ; d_2 ; d_3 ; δ_1 ; δ_2 etc …)

ou parfois aussi des apostrophes (exemple d' de lit « d prime », d'' se lit « d seconde »)

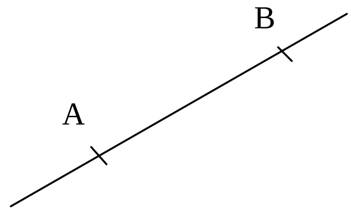
- Utiliser deux lettres



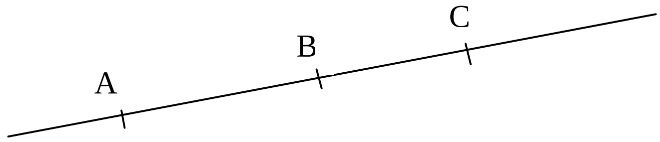
  On utilise souvent les lettres de la fin de l'alphabet

- Utiliser les noms de 2 points sur la droite

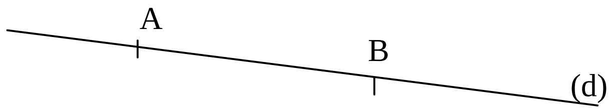
Il existe <u>une seule</u> droite passant par les points A et B, <u>on la note la droite (AB)</u>



b) <u>Définition</u> : des points (au moins 3) sont **alignés** si ils sont sur une même droite



c) Le signe ∈ se lit « **appartient à** »

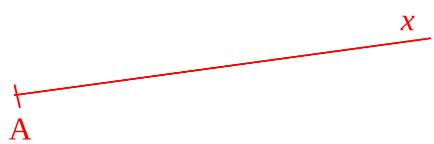


A∈(d) signifie que le point A appartient à la droite (d).
De même,
B∈(d)

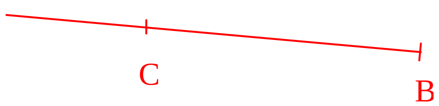
2. <u>*Les demi-droites*</u>

Une <u>DEMI - DROITE</u> est un une portion de droite délimitée par un point.

<u>Notations :</u>



La demi-droite [Ax) d'origine A



La demi-droite [BC) d'origine B passant par C

II. <u>Position relative de deux droites</u>

1. <u>*droites sécantes*</u>

Activité 2

Le symbole $\in$ se lit « appartient à ».

__Définition__ : deux droites SECANTES sont deux droites qui n'ont qu'__un seul point commun__.

Les droites (d_1) et (d_2) sont **__SECANTES en A__**.

A est leur **__POINT d'INTERSECTION__**

$A \in (d_1)$ et $A \in (d_2)$

(se dit pour 2 droites)

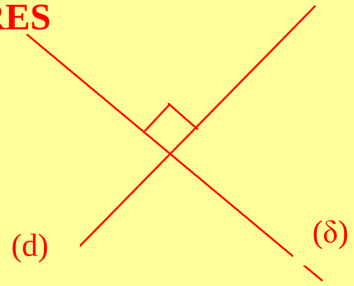
CAS PARTICULIER :

Les droites (d) et (δ) sont **PERPENDICULAIRES**

__Notation :__

$\boxed{\mathbf{(d) \perp (\delta)}}$

On code la figure avec le signe □

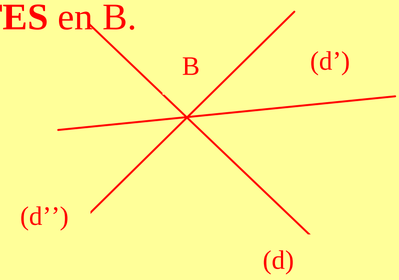


Les droites (d) , (d') et (d'') sont **CONCOURANTES** en B.

B est leur **POINT DE CONCOURS**

(se dit pour 3 droites et plus)

$B \in (d)$, $B \in (d')$ et $B \in (d'')$



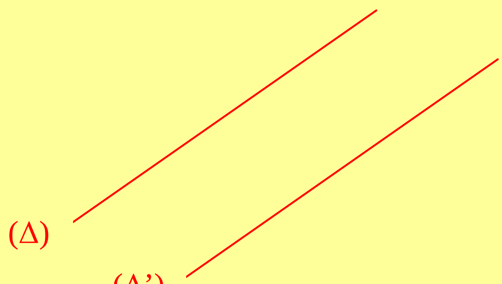
__Définition__ :

deux droites PARALLELES sont deux droites qui ne sont pas sécantes

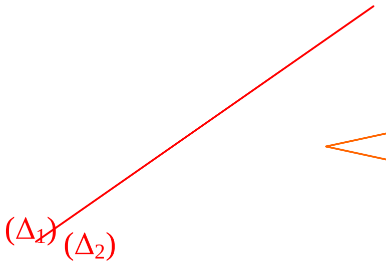
Les droites (Δ) et (Δ') sont **PARALLELES**.

__Notation :__

$\boxed{\mathbf{(\Delta) // (\Delta')}}$



CAS PARTICULIER :

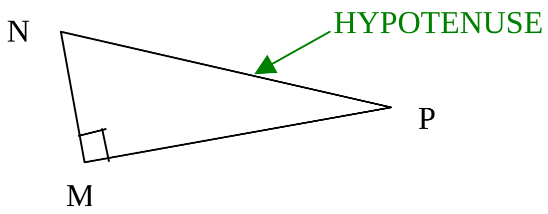


Les droites (Δ_1) et (Δ_2) sont **CONFONDUES**

III. Des figures à connaître

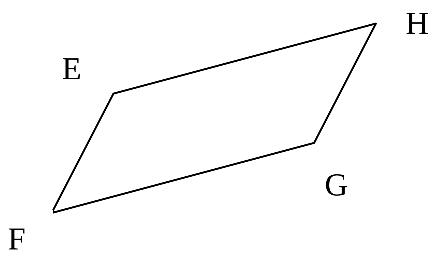
Activité 4

Définition 1 : un **triangle rectangle** est un triangle qui a deux côtés perpendiculaires.

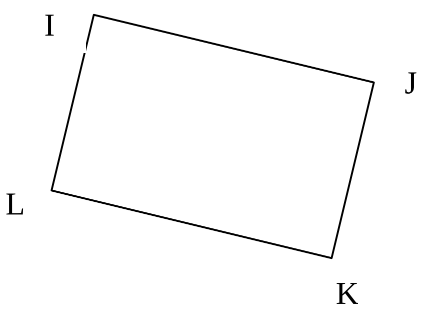


Le triangle MNP est rectangle **en M**.

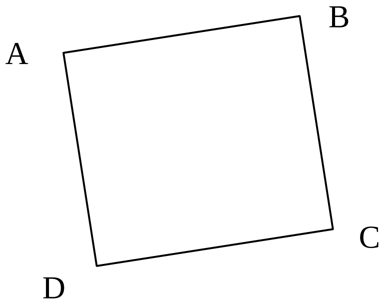
Définition 2 : un **parallélogramme** est un quadrilatère qui a ses côtés parallèles deux à deux.



Définition 3: un **rectangle** est un quadrilatère qui a 4 angles droits.



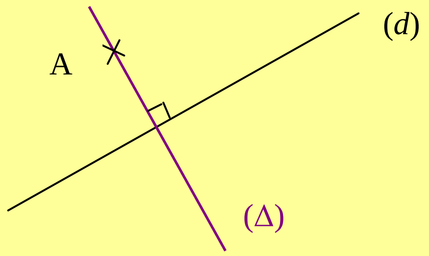
<u>Définition 4</u>: un **carré** est un quadrilatère qui a 4 angles droits et ses 4 côtés de même longueur.



IV. <u>Des propriétés pour justifier, pour démontrer</u>

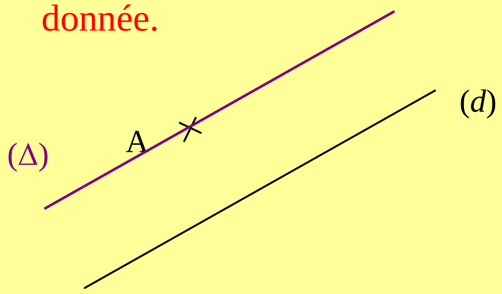
En mathématiques, une propriété est une « règle » à savoir par cœur, qui aide à faire des preuves, des démonstrations

<u>Propriété 1</u> :
Il existe **<u>une seule</u>** droite passant par un point donné et perpendiculaire à une droite donnée.



(Δ) est **<u>LA</u>** droite passant par A et perpendiculaire à (*d*).

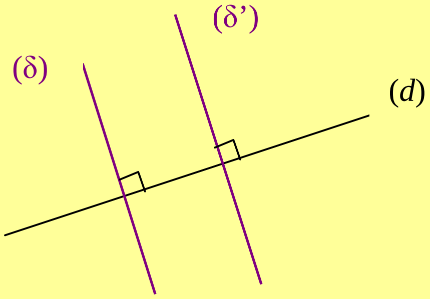
<u>Propriété 2</u> (ou axiome d'Euclide):
Il existe **<u>une seule</u>** droite passant par un point donné et parallèle à une droite donnée.



(Δ) est **<u>LA</u>** droite passant par A et parallèle à (*d*).

Activité 5

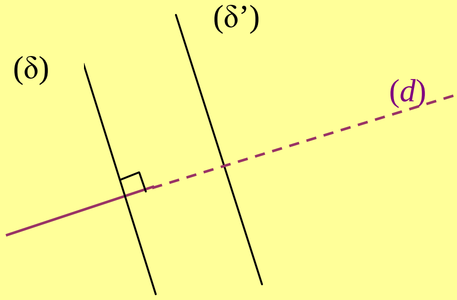
<u>Propriété 3</u> :
SI deux droites sont perpendiculaires à une même troisième droite, ALORS ces deux droites sont (forcément) parallèles.



Si $\begin{cases} (\delta) \perp (d) \\ (\delta') \perp (d) \end{cases}$ alors (δ) // (δ’)

Activité 6

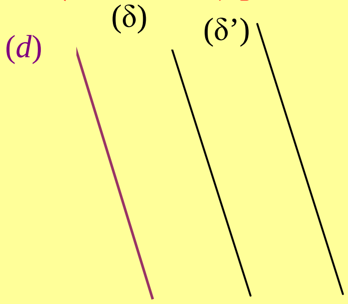
<u>Propriété 4</u> :
SI deux droites sont parallèles, ALORS toute droite perpendiculaire à l’une est (forcément) perpendiculaire à l’autre.



Si $\begin{cases} (\delta) \,//\, (\delta') \\ (d) \perp (\delta) \end{cases}$ alors (d) ⊥ (δ’)

Activité 7

<u>Propriété 5</u> :
SI deux droites sont parallèles à une troisième droite, ALORS ces deux droites sont (forcément) parallèles entre elles.



Si $\begin{cases} (\delta) \,//\, (d) \\ (\delta') \,//\, (d) \end{cases}$ alors (δ) // (δ’)

Chapitre
6

Division euclidienne

I. Multiples et diviseurs d'un nombre entier naturel

Activité 1

Synthèse :

1. Soit *a* un nombre entier. Les **MULTIPLES de *a*** sont :

$$\underbrace{a\times 0}_{0}\ ;\ \underbrace{a\times 1}_{a}\ ;\ a\times 2\ ;\ a\times 3\ ;\ a\times 4\ ;\ a\times 5\ ;\ a\times 6\ ;\ \ldots \text{ etc}$$

Ex : les multiples de 7 : 0 ; 7 ; 14 ; 21 ; 28 ; 35 ; 42 ; 49 ; 56 ; 63 ; 70 ; 77 etc…

2. On dit qu'un nombre est **DIVISIBLE par** *a* si c'est un multiple de *a*

Ex : 21 est divisible par 3 car 21 est un multiple de 3 : $21 = 3\times 7$
3 et 7 sont des DIVISEURS DE 21

II. Reconnaître un multiple de 2, 4, 5, 9 ou 10

Activité 2

Synthèse :

1. Un nombre **multiple de 2** s'appelle un **NOMBRE PAIR**
   nombre **divisible par 2**

C'est un nombre entier dont le chiffre des unités est 0 ou 2 ou 4 ou 6 ou 8.

Ex : 1378 est divisible par 2 … car le chiffre des unités est 8

2. Un nombre **multiple de 3** se reconnaît à **la somme de ses chiffres qui est mul**
   nombre **divisible par 3**

Ex : 13512 est divisible par 3 … car 1+3+5+1+2 = 12 est multiple de 3

3. Un nombre **multiple de 4** se **reconnaît au nombre formé de ses 2 derniers chiffres qui**
   nombre **divisible par 4** **doit être un multiple de 4.**

   Ex : 13512 est divisible par 4 … car 12 est multiple de 4

4. Un nombre **multiple de 5** se reconnaît à **son chiffre des unités qui doit être 0 ou 5**
   nombre **divisible par 5**

   Ex : 135 est divisible par 5 … car son chiffre des unités est 5.

5. Un nombre **multiple de 9** se reconnaît à **la somme de ses chiffres qui est multiple de 9**
   nombre **divisible par 9**

   Ex : 81135 est divisible par 9 … car 8+1+1+3+5=18 qui est multiple de 9.

6. Un nombre **multiple de 10** se reconnaît à **son chiffre des unités qui est 0**

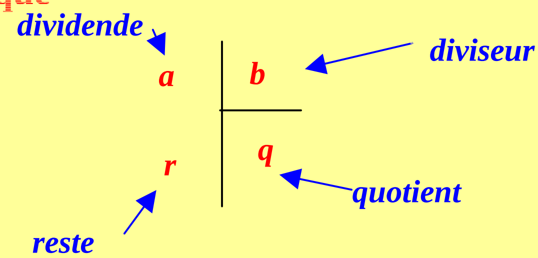
   Ex : 8110 est divisible par 10 … car son chiffre des unités est 0.

III. Division euclidienne

Activité 3

Synthèse :

Soient a et b deux nombres entiers. Effectuer la division euclidienne de *a* par *b* c'est trouver les nombres entiers *q* et *r* tels que



$\boxed{a = (b \times q) + r}$ **et** $\boxed{r < b}$

Exemple :

$$42 = 5 \times 8 + 2$$

```
  4 2 | 8
- 4 0 |---
    2 | 5
```

5 est donc le plus grand nombre entier de fois que 42 contient 8.

On dit que 5 est le quotient entier de la division euclidienne de 42 par 8.

On dit que2 est le reste de cette division euclidienne.

Remarque : lorsque le reste de la division est 0 :

$$\begin{array}{rr|l} & 5\ 5 & 1\ 1 \\ - & 5\ 5 & \\ \hline & 0 & 5 \end{array}$$

Le reste est nul, donc 11 est un diviseur de 55

$55 = 5 \times 11 + 0$

Ou : 55 est divisible par 5

IV. Exemples et preuves en mathématiques

Activité 4

Plusieurs exemples ne suffisent pas à prouver qu'une phrase est vraie …

Il peut être utile de chercher plusieurs exemples pour mieux comprendre ou deviner un résultat.

Penser que quelque chose est vrai s'appelle **faire une CONJECTURE**

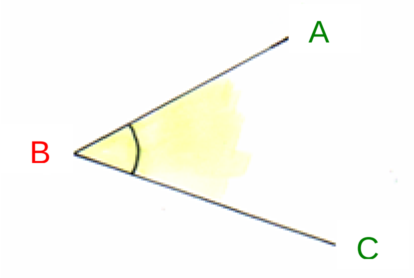
Mais ce résultat doit ensuite être PROUVE … souvent à l'aide de propriétés apprises dans la leçon.
Parfois on ne peut pas faire la preuve en cours car il faudrait connaître des propriétés qui seront abordées dans des classes supérieures.

Un seul exemple suffit pour prouver qu'une phrase est fausse (cela s'appelle un CONTRE EXEMPLE).

Chapitre
7

Les angles

I. Définitions et notations



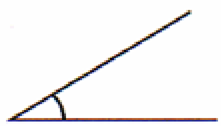
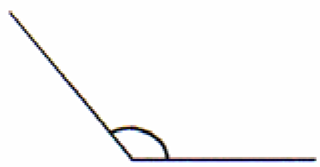
Définition : Un angle est une ouverture limitée par deux demi-droites de même origine .

Ici, le sommet de l'angle est le point B.
Ses côtés sont les demi-droites [BA) et [BC).

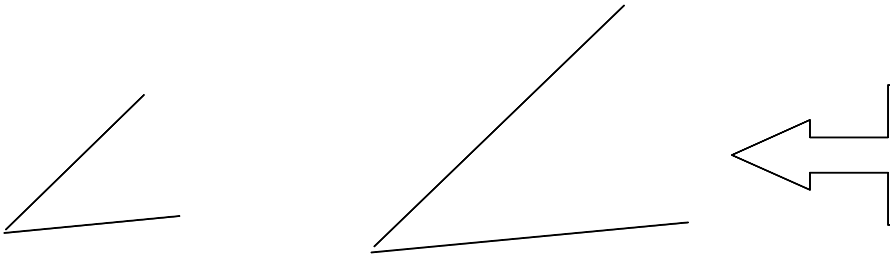
Cet angle se note : $\widehat{ABC}$ ou $\widehat{CBA}$

Nom du sommet au milieu

L'unité de mesure d'un angle est **le DEGRE** (°)

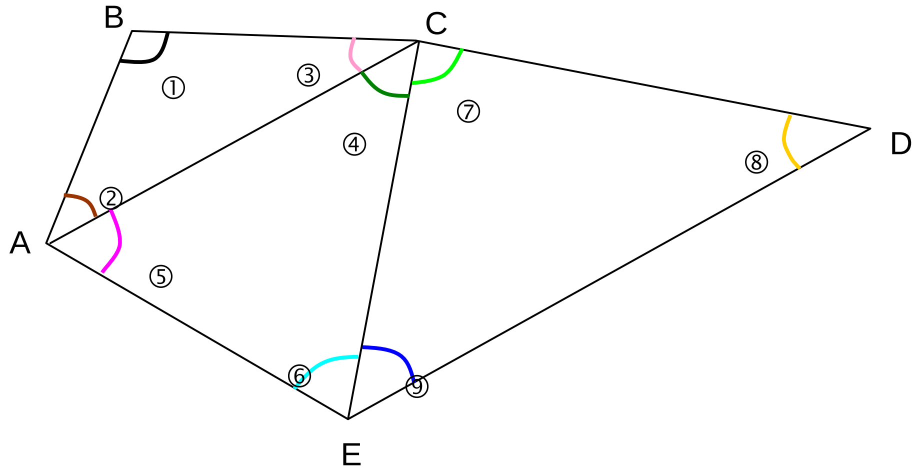
Type	Dessin	Mesure
Angle aigu		*inférieure à 90°*
Angle droit		*égale à 90°*
Angle obtus		*comprise entre 90°et 180°*
Angle plat		*égale à 180°*

Attention : la mesure d'un angle ne dépend pas de la longueur de ses côtés



Par exemple, ces 2 angles ont la même mesure

Exemple :



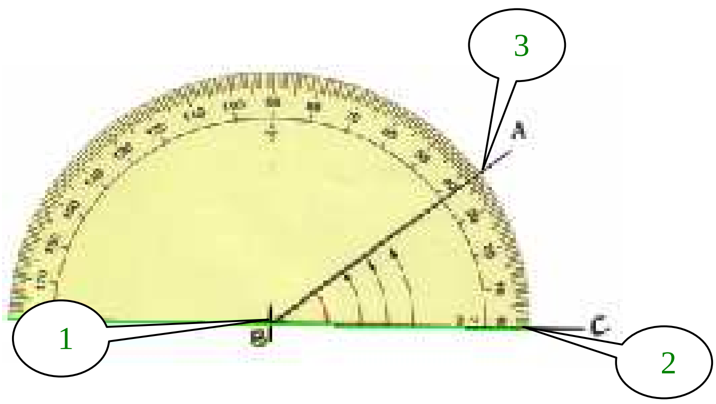
Compléter le tableau ci-dessous :

ANGLES	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
NOMS									
TYPES									
SOMMET									
COTES									

II. Utilisation du rapporteur

1. *mesurer un angle*

Activité avec instrumenpoche puis activités 2 et 3



1 : On place le centre du rapporteur sur le sommet de l'angle.

2 : Le « 0° » du rapporteur repose sur un côté de l'angle : la demi-droite [BC)

3 : La mesure de l'angle se lit sur l'autre extrémité de l'angle : la demi-droite [BA)

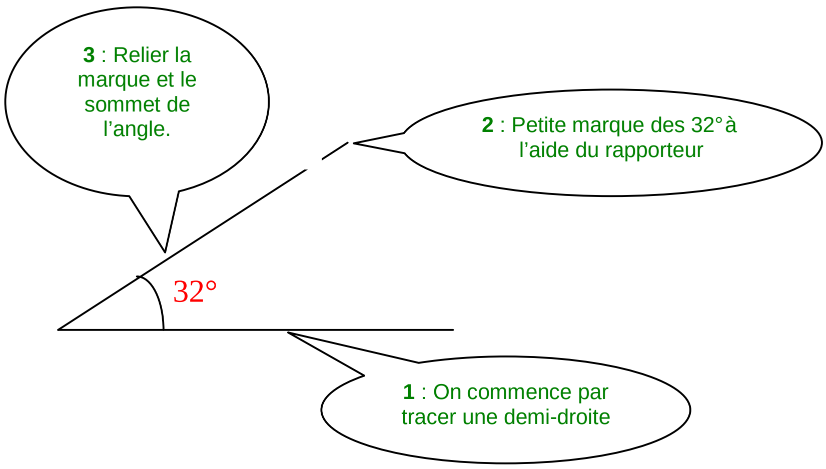
On lit sur le rapporteur 38.
On écrit $\widehat{ABC} = 38°$

Faire les activités 2 et 3

2. ***Construire un angle***

Activité 4

Méthode:
Construire un angle de mesure 32°.



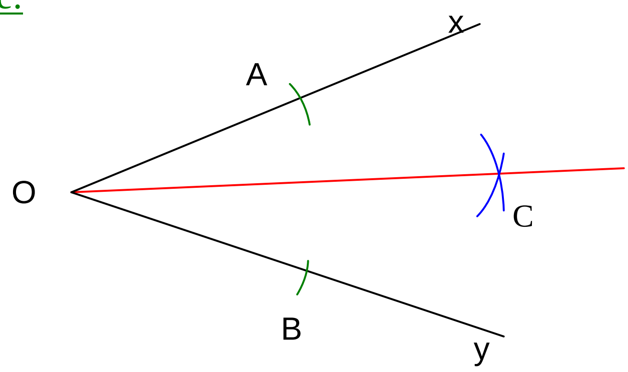
III. Bissectrice d'un angle

Activité 5

Définition : La **bissectrice** d'un angle est la droite qui partage cet angle en 2 angles adjacents et de même mesure.

Construction au compas :

Méthode:



1 : arcs de cercle de centre O et de même rayon
2 : arcs de cercle de centres A et B et de même rayon
3 : relier O et C

Chapitre
8

Division décimale

I. Définitions et notations

Activités 1 et 2

Synthèse :

Soient a et b deux nombres entiers. Effectuer la division décimale de *a* par *b* c'est chercher le nombre *q* tel que

$\boxed{a = b \times q}$

il y a 3 cas possibles : le quotient q peut être :

- **Un nombre entier**

  Exemple :

1 8	6
0	3

- **Un nombre décimal non entier**

  Exemple :

1 2 5, 0 0	2 0
5 0	6, 2 5
1 0 0	
0	

- **Un nombre non décimal**

  Exemple :

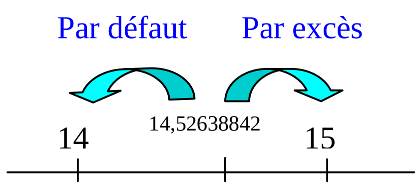
1 6, 0 0 0 0 0	1 1
5 0	1, 4 5 4 5 4...
6 0	
5 0	
6 0	
5 0	
6..	

II. Valeurs approchées, troncatures, arrondis

Activité 3

- **VALEURS APPROCHEES**

Prenons le nombre 14,52638842

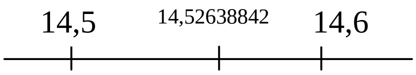


Valeur approchée à l'unité : - *par défaut* : 14,52638842 ≈ 14

- *par excès* : 14,52638842 ≈ 15

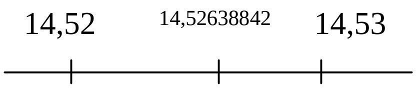
Valeur approchée au 10ème : - *par défaut* : 14,52638842 ≈ 14,5

- *par excès* : 14,52638842 ≈ 14,6



Valeur approchée au 100ème :- *par défaut* : 14,52638842 ≈ 14,52

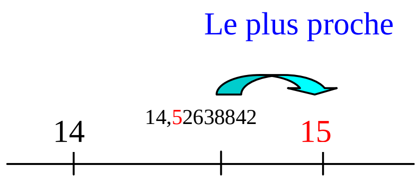
- *par excès* : 14,52638842 ≈ 14,53



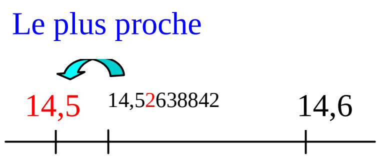
La valeur approchée par DEFAUT s'appelle aussi TRONCATURE

- **ARRONDIS**

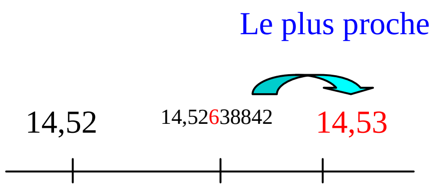
Prenons toujours le nombre 14,52638842



Arrondi à l'unité : 14,52638842 ≈ 15



Arrondi au 10ème : 14,52638842 ≈ 14,5



Arrondi au 100ème : 14,52638842 ≈ 14,53

L'arrondi est soit la valeur approchée par défaut, soit la valeur approchée par excès (celle des deux qui est la plus proche)

Calcul mental

Diviser un nombre par 10, 100, 1000 … revient à déplacer la virgule de un, deux, trois … rangs vers la gauche. On complète par des zéros si nécessaire.

Exemples : calculer mentalement

527 ÷10=	52,7÷10=	5,27÷10=	0,527÷10 =
11,24÷10 =	11,24÷100 =	11,24÷1000=	
88,5÷100=	1289,2÷1000=	7,9÷10 000=	

Chapitre
9

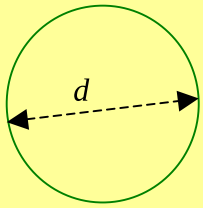
Périmètres et aires

I. Périmètre du cercle

Activité Excel

Synthèse :

Soit $\mathcal{C}$ un cercle de centre O et de diamètre *d*.
La mesure du périmètre de ce cercle est $\boxed{\mathcal{P} = \pi \times d}$



Ou encore puisque diamètre = rayon ×2 : $\boxed{\mathcal{P} = 2 \times \pi \times r}$

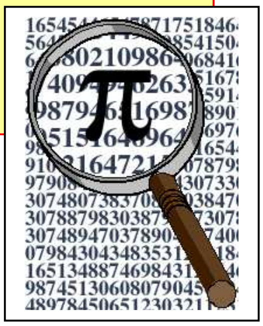
Le nombre π(« pi »)

π est la lettre grecque correspondant à notre « p ». Elle désigne le nombre par lequel il faut multiplier le diamètre pour obtenir le périmètre du cercle.
π n'est pas un nombre entier, ni un nombre décimal, ni un quotient !

Encadrement : 3,14 < π < 3,15

Arrondi au centième : π ≈ 3,14

Des méthodes modernes de calcul ont permis de calculer plusieurs milliards de décimales de π … mais ce n'est pas utile pour nos calculs.



Anecdote : une poésie pour retenir quelques décimales de π :
« Que j'aime à faire apprendre un nombre utile aux sages …. »

Remarque : pour le calcul mental, on retiendra que le périmètre d'un cercle est environ 3 fois plus grand que son diamètre

Applications :

1) Calcule le périmètre d'un cercle de diamètre 4 cm. Arrondis le résultat au dixième

$P = d \times \pi$

$P = 4 \times \pi$

$P \approx 12,6$ Le périmètre du cercle mesure environ 12,6 cm

2) Calcule le périmètre d'un cercle de rayon 2,5 m en prenant 3,14 comme valeur de π

$P = d \times \pi$

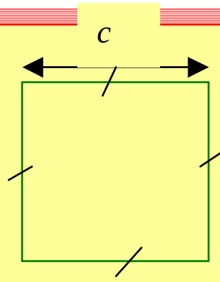
$P \approx 2 \times 3{,}14 \times 2{,}5$

$P \approx 15{,}7$ Le périmètre du cercle mesure environ 15,7 m

II. Aires des figures usuelles

Activités 1 , 2 , 3 , 4

Synthèse

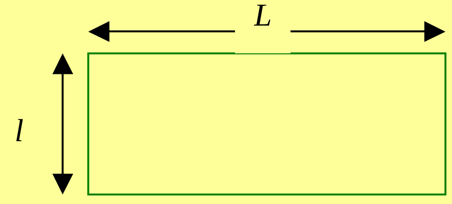


1. 1 mm² est l'aire d'un carré de 1 mm de côté
   1 cm² est l'aire d'un carré de 1 cm de côté
   1 m² est l'aire d'un carré de 1 m de côté

2. **Le carré**

   Aire = $c \times c = c^2$

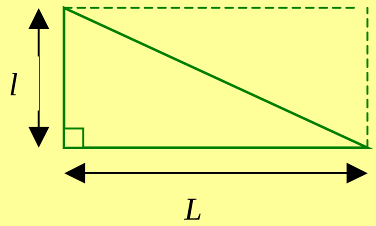
   Périmètre = $4 \times c$



3. **Le rectangle**

   Aire = $L \times l$

   Périmètre = $2 \times (L + l)$



4. **Le triangle rectangle**

   Aire = $\frac{L \times l}{2}$

   C'est la moitié de l'aire du rectangle

5. Pour calculer les aires de figures plus complexes, on additionne ou on soustrait des aires de ces figures de base.

6. Attention : deux figures peuvent **avoir la même aire sans avoir le même périmètre** !!

7. **Changements d'unités d'aire :**

   On a vu que 1 cm² = 100 mm²

km²		hm²		dam²		m²		dm²		cm²		mm²	
			ha		**a**								

Pour les terrains (champs, jardins …) on utilise comme unité l'HECTARE :

1 ha = 1 hm² (grand comme un carré de 100m sur 100 m)

Autre unité : l'ARE (moins utilisée)

1 a = 1 dam² (grand comme un carré de 10 m sur 10 m)

Chapitre
10

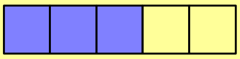
Fractions

I. Définition ; vocabulaire

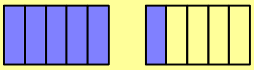
Activité 1

Synthèse :

$\frac{3}{5}$ se lit « trois cinquièmes »



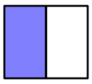
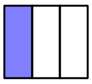
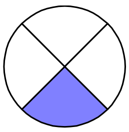
$\frac{6}{5}$ se lit « six cinquièmes »



Si a et b sont deux nombres ENTIERS, alors $\frac{a}{b}$ est une fraction.

a s'appelle le **numérateur** de la fraction et b le **dénominateur.**

Fractions particulières :

- $\frac{1}{2}$ se lit « un demi » 
- $\frac{1}{3}$ se lit « un tiers » 
- $\frac{1}{4}$ se lit « un  quart »

II. Ecriture fractionnaire d'un quotient

Activités 2 et 3

Synthèse :

$\frac{1}{2}$ est un **nombre**.

C'est le nombre qui multiplié par 2 donne 1. $\boxed{2 \times \frac{1}{2} = 1}$

mais aussi $\boxed{2 \times 0{,}5 = 1}$

Donc 0,5 est l'écriture décimale de $\frac{1}{2}$

$\frac{1}{3}$ est un **nombre**.

C'est le nombre qui multiplié par 3 donne 1. $\boxed{3 \times \frac{1}{3} = 1}$

$\frac{1}{3}$ **n'a pas d'écriture décimale** car le reste de la division de 1 par 3 n'est pas 0.

$\frac{2}{3}$ est un **nombre**.

C'est le nombre qui multiplié par 3 donne 2. $\boxed{3 \times \frac{2}{3} = 2}$

$\frac{2}{3}$ **n'a pas d'écriture décimale** car le reste de la division de 2 par 3 n'est pas 0.

Exercice : Que peux-tu dire des nombres $\frac{1}{7}$; $\frac{3}{5}$; $\frac{11}{4}$?

Retenir :
Il revient au même de :

- Prendre $\frac{1}{5}$ de 4 unités
- Prendre 4 fois $\frac{1}{5}$ de l'unité.

Autrement dit : $\frac{1}{5} \times 4 = \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$

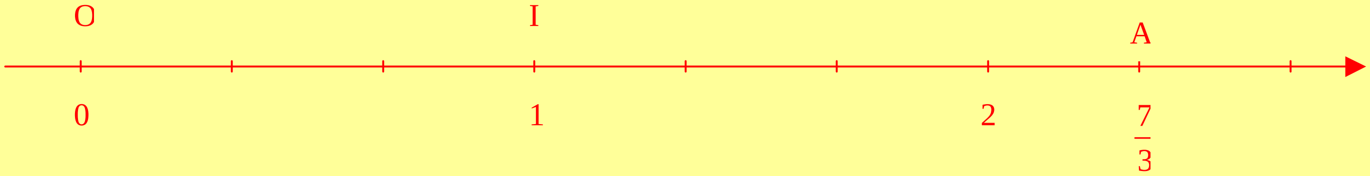
III. Représentation du quotient sur une droite graduée

Activité 4

Synthèse :
Placer $\frac{7}{3}$ sur une droite graduée

On commence par placer l'origine O, et le point I (à la graduation 1)

La division euclidienne de 7 par 3 donne $7 = 2 \times 3 + 1$ donc $\boxed{2 < \frac{7}{3} < 3}$ et $\boxed{\frac{7}{3} = 2 + \frac{1}{3}}$



On dit que le point A a pour ABSCISSE $\frac{7}{3}$ (ou que $\frac{7}{3}$ est l'ABSCISSE du point A !)

IV. Egalités de quotients

Synthèse :
Un quotient ne change pas quand on multiplie (ou qu'on divise) son numérateur et son dénominateur par le même nombre (non nul).

$$\frac{a}{b} = \frac{k \times a}{k \times b}$$

On peut ainsi reconnaître que deux écritures différentes sont celles d'un même nombre.

$\frac{4}{3} = \frac{8}{6}$ $\frac{2}{5} = \frac{4}{10}$ $\frac{1}{6} = \frac{5}{30}$

$\frac{1,5}{0,5} = \frac{15}{5}$ $\frac{1,4}{3} = \frac{14}{30}$ $\frac{73,6}{1,15} = \frac{7360}{115}$

ici voir division de deux décimaux

On dit que la fraction est IRREDUCTIBLE lorsque le numérateur et le dénominateur sont les entiers les plus petits possibles

Application au calcul rapide :

$\frac{7}{0,1} = \frac{70}{1} = 70$ Diviser par 0,1 revient à multiplier par 10

$\frac{9}{0,01} = \frac{900}{1} = 900$ Diviser par 0,01 revient à multiplier par 100

$\frac{38}{0,001} = \frac{38000}{1} = 38\,000$ Diviser par 0,001 revient à multiplier par 1 000

V. Multiplication d'un quotient par un nombre

Activité 3 du livre page 55

Exemple 1 :

« Prendre les $\frac{3}{5}$ de 200 » s'écrit $\frac{3}{5} \times 200$ mais aussi $200 \times \frac{3}{5}$

Il y a trois méthodes de calcul :

A = (200 : 5) × 3
A = 40 × 3
A =120

A = (200 × 3) : 5
A = 600: 3
A = 120

$A = (3 : 5) \times 200$
$A = 0{,}6 \times 200$
$A = 120$

Exemple 2 :

« Prendre les $\frac{2}{3}$ de 180 » s'écrit $\frac{2}{3} \times 180$ mais aussi $180 \times \frac{2}{3}$

Il y a trois méthodes de calcul :

$A = (180 : 3) \times 2$
$A = 60 \times 2$
$A = 120$

$A = (180 \times 2) : 3$
$A = 360 : 3$
$A = 120$

$A = (2 : 3) \times 180$
On ne peut pas utiliser cette méthode car 2 : 3 ne s'écrit pas sous forme décimale.

Calcul mental :

- **Multiplier par 0,5 revient à diviser par 2.**
En effet si *a* désigne un nombre quelconque :

$$a \times 0{,}5 = a \times \frac{1}{2} = (a \times 1) \div 2 = a \div 2$$

exemples : calculer mentalement

$28 \times 0{,}5 =$	$7 \times 0{,}5 =$	$18\,300 \times 0{,}5 =$
$11{,}6 \times 0{,}5 =$	$42{,}7 \times 0{,}5 =$	$100{,}01 \times 0{,}5 =$

- **Multiplier par 0,25 revient à diviser par 4.**
En effet si *a* désigne un nombre quelconque :

$$a \times 0{,}25 = a \times \frac{1}{4} = (a \times 1) \div 4 = a \div 4$$

exemples : calculer mentalement

$28 \times 0{,}25 =$	$7 \times 0{,}25$	$22000 \times 0{,}25$
$10{,}4 \times 0{,}25 =$	$16{,}32 \times 0{,}25 =$	

- **Multiplication par 0,1 ; 0,01 ; 0,001 etc. revient à diviser par 10, 100, 1000 etc**
Et comme on l'a vu au chapitre divisions, cela revient donc à déplacer la virgule de un, deux, trois … rangs vers la gauche. On complète par des zéros si nécessaire.

En effet si *a* désigne un nombre quelconque :

$$a \times 0,1 = a \times \frac{1}{10} = (a \times 1) \div 10 = a \div 10$$

exemples : calculer mentalement

$8 \times 0,1 =$ $\quad$ $27,5 \times 0,01 =$ $\quad$ $159 \times 0,01 =$

$14 \times 0,0001 =$

VI. Pourcentages et diagrammes circulaires

Activité 5

Synthèse de l'activité

$0,50 = \frac{1}{2} = \frac{50}{100} = 50\ \%$

$0,25 = \frac{1}{4} = \frac{25}{100} = 25\ \%$

$0,75 = \frac{3}{4} = \frac{75}{100} = 75\ \%$

$1 = \frac{100}{100} = 100\ \%$

Si *a* est un nombre le quotient $\frac{a}{100}$ peut se note *a* %.. Il se lit « *a* pour cent »

Appliquer un pourcentage

Synthèse de l'activité

Prendre *a* % d'une grandeur c'est multiplier cette grandeur par $\frac{a}{100}$.

Exemples

Prendre 15 % de 300

c'est $\frac{15}{100} \times 300 = 300 \times \frac{15}{100} = (15 \times 300) : 100 = 4\,500 : 100 = 45$

c'est aussi $(300 : 100) \times 15 = 3 \times 15 = 45$

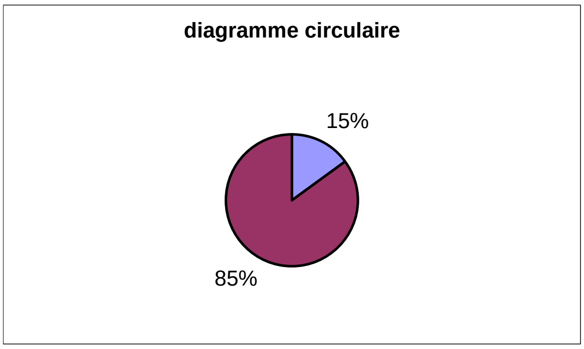
mais aussi $0,15 \times 300 = 45$

Application aux diagrammes circulaires

représenter 15 % sur un disque ou diagramme circulaire c'est prendre comme angle du secteur angulaire 15 % de 360°

$0,15 \times 360 = 54$

les 15 % sont représentés par un angle de 54 °



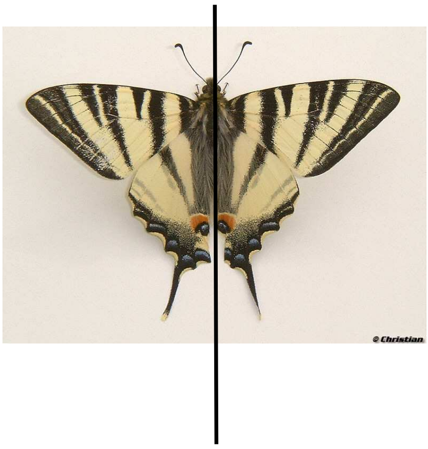
Chapitre 11

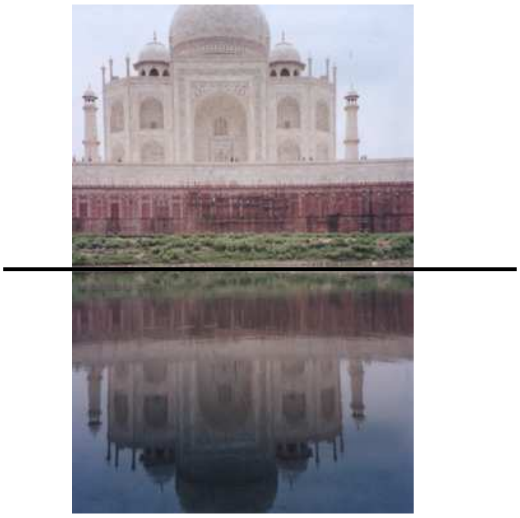
Symétrie axiale

I. Axe de symétrie d’une figure

Activité 1

Définition :
Une droite (d) est un axe de symétrie d’une figure quand par pliage sur la droite (d), les deux parties de la figure se superposent exactement.



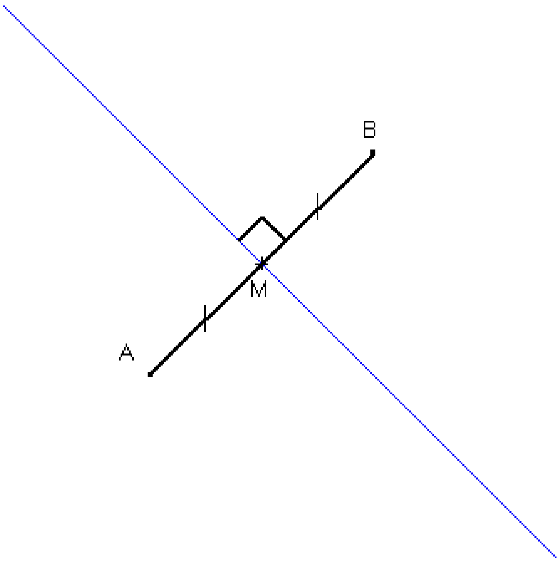


II. Médiatrice d’un segment

Activité 2

Définition :
La MEDIATRICE d’un segment est une droite perpendiculaire à ce segment, et qui coupe ce segment en son milieu.

La médiatrice d’un segment est un **axe de symétrie** du segment !



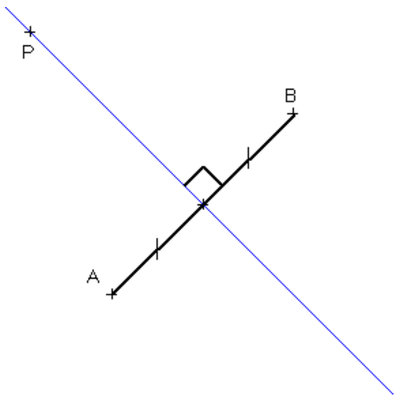
Activités à l’aide de l’atelier de géométrie

Propriété 1 :

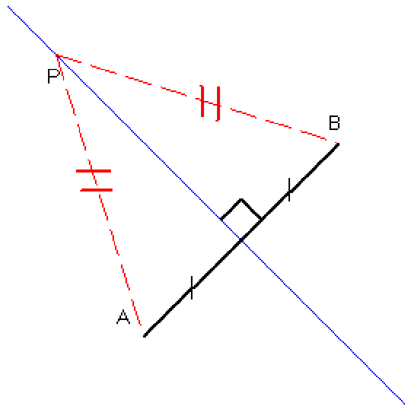
Si un point se trouve **sur la médiatrice** d’un segment, alors ce point est **EQUIDISTANT* des 2 extrémités** du segment !

* : veut dire « à égale distance »

Si



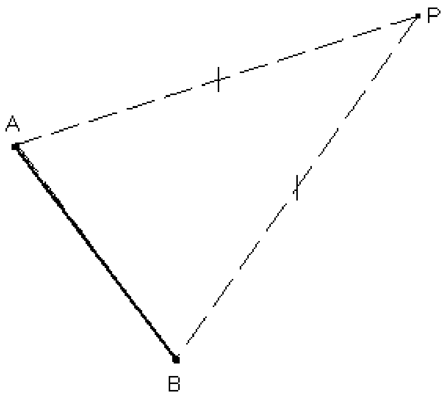
alors



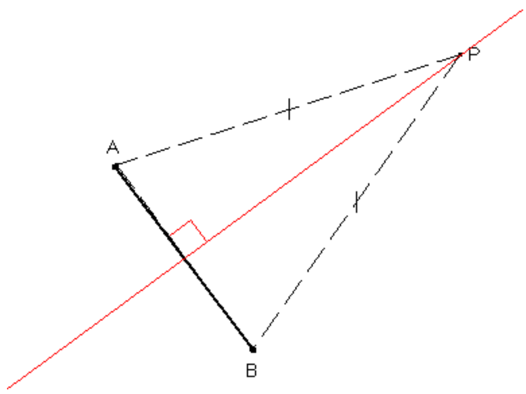
Propriété 2 (réciproque) :

Si un point P est **EQUIDISTANT** de deux point A et B, alors ce point P **appartient (forcément) à la médiatrice du segment [AB]**

Si

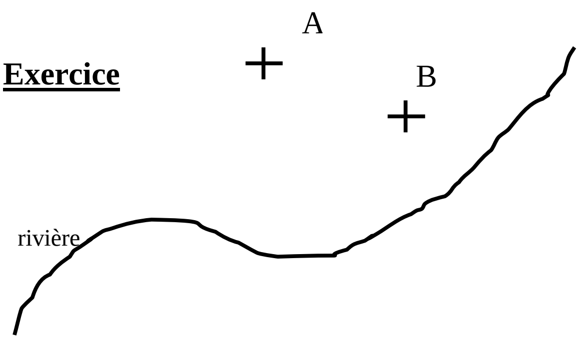


alors



Activité 3 : 2 programmes de construction de la médiatrice d’un segment.

Exercice



Où **A**mel et **B**rice doivent ils se donner rendez-vous au bord de la rivière pour que leurs trajets (en ligne droite) soient de même longueur ?

III. Symétrie axiale. Propriétés.

Activité 4

Définition:

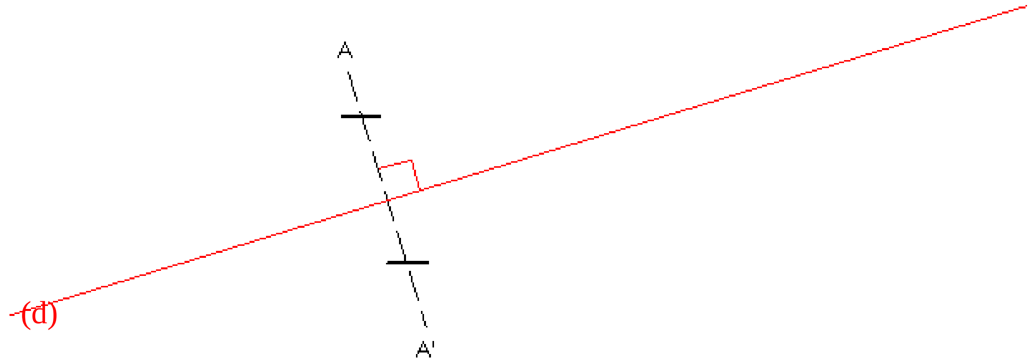
La symétrie axiale est une transformation : c'est à dire qu'elle transforme un objet (un point par exemple !) en un autre.

Le **SYMETRIQUE** du point A par rapport à la droite (d)

ou (*on dit les deux !*)

L'**IMAGE** du point A par la symétrie d'axe (d)

est **le point A' tel que la droite (d) soit la médiatrice du segment [AA'].**



Remarques :

- A' est le symétrique de A par rapport à (d) mais on peut aussi dire que A est le symétrique de A' par rapport à (d) !!
- Si le point A appartient à la droite (d), alors le point A' est confondu avec A.

Activité 5 (propriété se la symétrie axiale)

Synthèse directement sur l'activité.

On dit que la symétrie axiale est une ISOMETRIE

IV. Figures usuelles.

Activité 6

Synthèse directement sur l’activité.

V. Constructions.

Activité 7

Construction du symétrique d’un point (2 façons, dont une en utilisant une propriété du losange)

Construction du symétrique d’une figure (avec et sans quadrillage)

Chapitre 12

Proportionnalité

I. Reconnaître la proportionnalité

Synthèse activité 1 et 2

On dit que la taille d'un être vivant **n'est pas proportionnelle** à l'âge.
On dit que le prix de l'achat en euros **est proportionnel** à la quantité d'essence achetée et inversement.

Autre exemple

Au marché les bananes sont vendues à 1,60 € le kilogramme.
Pour 5 kg on paie **5 fois plus** que pour 1 kg soit 8 € (car $5 \times 1{,}60 = 8$).
Pour 0,5 kg on paie 2 **fois moins** que pour 1 kg soit 0,8 € (car $1{,}60 : 2 = 0{,}80$).

Masse en kg	1	5	0,5
Prix en €	1,60	**8**	**0,8**

×1,60

On obtient le prix en multipliant la masse par 1,60

On dit que le prix de l'achat en euros est proportionnel à la masse achetée en kg et que **1,60 est le coefficient de proportionnalité .**

II. Raisonner sans quotients

Synthèse activité 3

10 kg de peinture permettent de couvrir 18 m^2 de façade.
Comment calculer l'aire que permet de recouvrir un pot de 15 kg ?

1. Première méthode : passer par l'unité

Avec 1 kg , on recouvre 10 fois moins de m^2 qu'avec 10 kg, donc on recouvre 1,8 m^2.

Avec 15 kg , on recouvre 15 fois plus de m^2 qu'avec 1 kg, donc on recouvre 27 m^2.

: 10 $\times$ 15

Masse en kg	10	1	15
Aire en m^2	18	**1,8**	**27**

: 10 $\times$15

2. Deuxième méthode : multiplier une quantité

15 kg c'est 1,5 fois plus que 10 kg,18 $\times$ 1,5 = 27

donc avec 15 kg, donc on recouvre 27 m^2

$\times$1,5

Masse en kg	10	15
Aire en m^2	18	**27**

3. Troisième méthode : utiliser le l'addition de deux valeurs

+

Masse en kg	10	5	15
Aire en m^2	18	9	**27**

+

4. Quatrième méthode : utiliser le coefficient de proportionnalité

On calcule le coefficient de proportionnalité c'est 18 :10 ; ce qui revient à calculer l'aire peinte avec 1 kg.

Masse en kg	10	15
Aire en m^2	18	?

$\times$1,8

III. Raisonner avec des quotients

Synthèse activité 4

1. Première méthode : multiplier une quantité

$7 = 3 \times \frac{7}{3}$ donc pour avoir le prix de 7 m c'est $25 \times \frac{7}{3}$; c'est $(25 \times 7) : 3 = 175 : 3 \approx 58{,}33$ donc le prix de 7 m est d'environ 58,33 €

Longueur en m	3	7
Prix en €	25	?

$\times \frac{7}{3}$

2. Deuxième méthode : utiliser le coefficient de proportionnalité

Autre exemple

Un morceau de tissu de 3 m de long est vendu 25 €.
Comment calculer de prix de 7 m de ce même tissu ?

$25 = 3 \times \frac{25}{3}$ donc pour avoir le prix de 7 m c'est $7 \times \frac{25}{3}$.

C'est $(7 \times 25) : 3 = 175 : 3 \approx 58{,}33$ donc le prix de 7 m est d'environ 58,33 €

Longueur en m	3	7
Prix en €	25	?

$\times \frac{25}{3}$

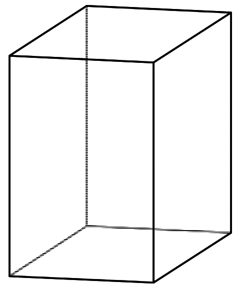
Chapitre 13 Géométrie dans l'espace

I. Le parallélépipède rectangle et le cube

Activité 1

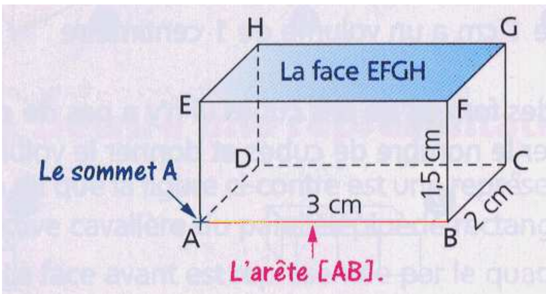
Définition :
Un parallélépipède rectangle (ou pavé droit) est un solide dont les 6 faces sont des rectangles

Le pavé droit possède donc :
- 6 faces
- 8 sommets
- 12 arêtes



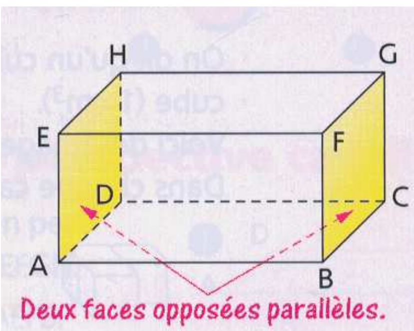
Un pavé droit est défini par les longueurs de 3 arêtes ayant un sommet commun

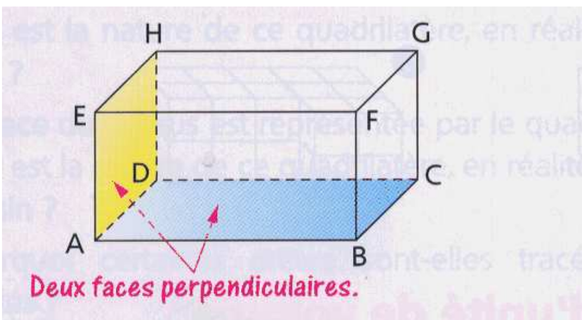
Exemple : un pavé droit de dimensions 3 cm , 2 cm et 1,5 cm.

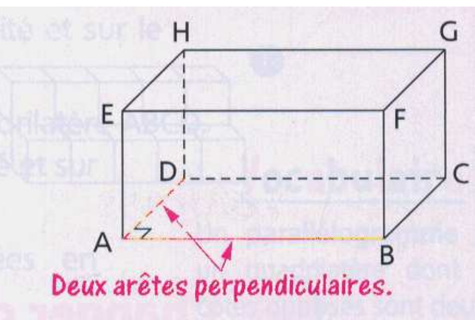


Définition :
Un cube est un pavé droit particulier : toutes ses faces sont des carrés

Activité 2
Synthèse :







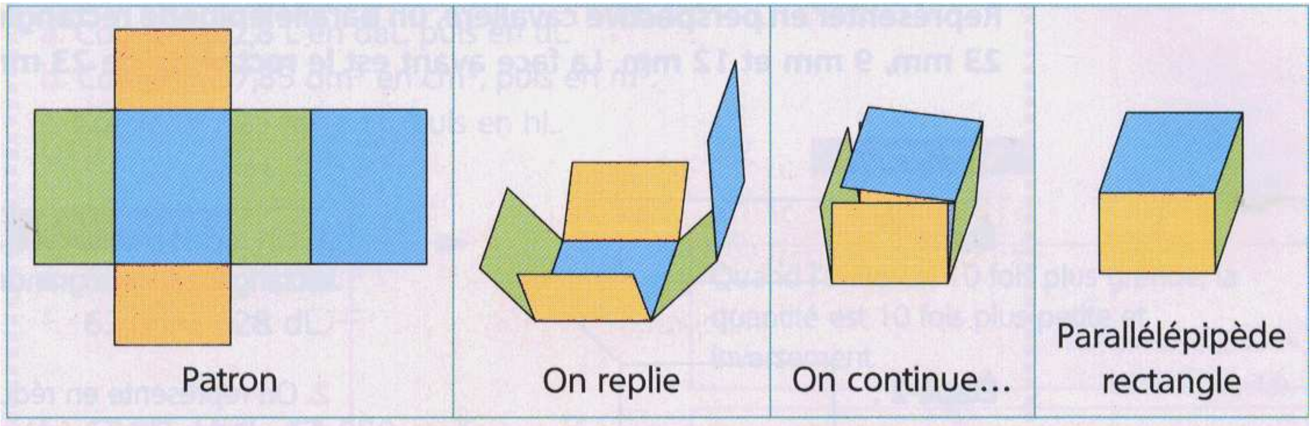
Activité 3

Représentation en perspective cavalière :

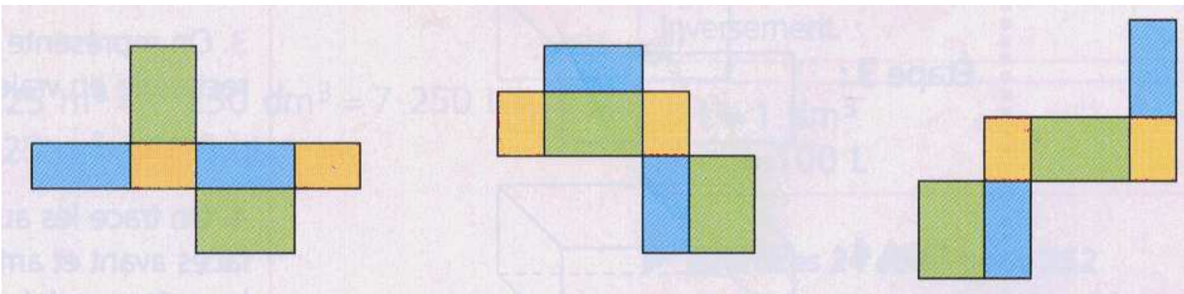
- On représente ce qui est vu de face en vraie grandeur
- On représente les arêtes qui sont parallèles dans la réalité par des segments parallèles
- On trace en pointillés les arêtes cachées

II. Patrons

Voici comment fabriquer un pavé droit à partir d'un patron :



Il existe plusieurs patrons possibles :



III. Volumes

Activité 4

Unités de volume :

Un centimètre cube ($1cm^3$) est le volume d'un cube de 1 cm de côté
Un mètre cube ($1m^3$) est le volume d'un cube de 1 m de côté
Un décimètre cube ($1dm^3$) est le volume d'un cube de 1 dm de côté

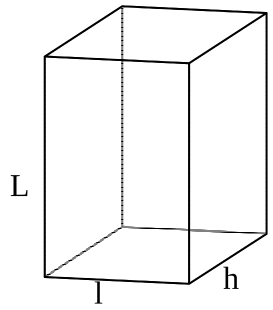
$1\ m^3 = 1000\ dm^3 = 1\ 000\ 000\ cm^3$

On peut utiliser le tableau suivant pour les conversions :

km^3			hm^3			dam^3			m^3			dm^3			cm^3			mm^3		
											kl	hl	dal	l	dl	cl	ml			

Lien avec les unités de contenance : $\boxed{1 \text{ dm}^3 = 1\ l}$

Volume du pavé droit, de longueur L, de largeur *l* et de hauteur *h* :



$$\boxed{V = L \times l \times h}$$

Pour le cube de coté *c*, la formule est donc :

$$\boxed{V = c \times c \times c}$$